Corso di Laurea in Fisica, Analisi 1 19-20
Prof. Galise-Garroni-Ponsiglione
Esercitazione 2b

Esercizio 1 Per ogni coppia di funzioni f, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ monotone crescenti si ha:

1. f e g sono strettamente monotone se e solo se $f \circ g$ è strettamente monotona. V F
2. Se f è pari, allora f è costante. V F
3. Se f è strettamente monotona, allora f^{-1} è strettamente monotona. V F
4. f e g sono funzioni dispari. V F

Esercizio 2 Per ogni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, denotato con $\Gamma(f)$ il grafico di f si ha:

1. $\Gamma(f(x-2))$ è una traslazione di $\Gamma(f)$. V F
2. $\Gamma(f(2x))$ è una traslazione di $\Gamma(f)$. V F
3. $\Gamma(2f(x))$ è una traslazione di $\Gamma(f)$. V F
4. $\Gamma(f(x)+2)$ è una traslazione di $\Gamma(f)$. V F

Esercizio 3 Per ogni $f : [0,5] \to \mathbb{R}$ si ha:

1. f è una funzione limitata. V F
2. La retta $\{x = 3\}$ interseca il grafico di f esattamente in un punto. V F
3. Se $|3f(x) + \sin(x)| \leq 18$, allora f è una funzione limitata. V F
4. Se f è una funzione limitata allora esiste $M \in \mathbb{R}$ tale che $5M < f(x) \leq -M$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. V F

Esercizio 4 Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) := 6^x + 4$. L'immagine di f è A: $(4, +\infty)$, B: $[4, +\infty)$, C: $\mathbb{R}$, D: $(4, +\infty]$.

A B C D

Esercizio 5 Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) := |\sin(x)| + |\cos(x)|$. A: L'immagine di f è $[0, 2]$, B: L'immagine di f è $[-1, 1]$, C: L'immagine di f è contenuta in $(0, 2)$, D: L'immagine di f è $(0, +\infty)$.

A B C D

Esercizio di teoria Definire la nozione di funzione invertibile.

Esercizio 6 Determinare insiemi D_1, $D_2 \subseteq \mathbb{R}$ (più grandi possibile) tali che la funzione $f_1(x) := \sin(\frac{1}{x})$ sia ben definita su D_1 e la funzione $f_2(x) := \sin(x^2)$ sia ben definita su D_2. Inoltre si provi a tracciare (o a immaginare) un grafico qualitativo di tali funzioni.
Risposta:

Esercizio 7 Determinare tutte le funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ tali che esista $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che $(f(x_2)-f(x_1))(x_2-x_1)^{-1} = \lambda^2$ per ogni x_1, $x_2 \in \mathbb{R} : x_1 \neq x_2$.
Risposta: